

משפט חוצה הזווית

דף עבודה – שאלון 571

לאחר שתתחברו לחשבון שלכם, היעזרו ביישומון וענו על השאלות הבאות:



משפט חוצה הזווית:



- (1) היכנסו ליישומון המציג משולש ABC עם חוצה זווית AD. הציגו את יחסי הצלעות, הזיזו את קודקודי המשולש כרצונכם, בדקו מהו היחס בין הצלעות הכולאות את הזווית A ומהו היחס בין הקטע BD ו-DC. האם אתם מבחינים בחוקיות מסוימת?

א. השלימו את המשפט הבא: חוצה הזווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית כך

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} : DC, BD, AC, AB \text{ שמתקיים היחס הבא בין הקטעים}$$

ב. רשמו את היחסים בשלוש צורות נוספות:

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}, \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

המשפט ההפוך למשפט חוצה הזווית:

- (2) היכנסו ליישומון המציג משולש ABC עם קטע AD. הזיזו את הנקודה D על הצלע BC עד ש-AD יחצה את הזווית A (מתקבל $\alpha = \beta$). א. מהו התנאי לקבלת חוצה זווית?

ב. האם לדעתכם ניתן לקבל את היחסים משאלה 1 מבלי ש-AD יהיה חוצה זווית?

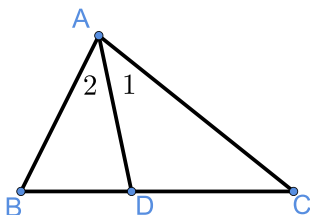


משפט חוצה הזווית:

חוצה זווית פנימית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים אשר יחס ביניהם שווה ליחס הצלעות הכולאות את הזווית בהתאמה. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט חוצה זווית").

משפט הפוך למשפט חוצה הזווית:

ישר העובר דרך קודקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קודקוד זה חלוקה פנימית, ביחס של שתי הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את זווית המשולש שדרך קודקודה הוא עובר. (ניתן לציטוט בבגרות בשמו: "משפט הפוך למשפט חוצה זווית").



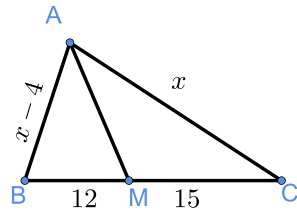
במילים אחרות:

"חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהיפך"

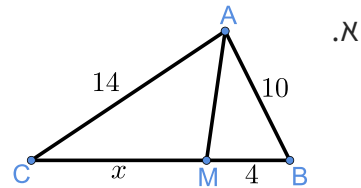
$$\text{אם: } \angle A_1 = \angle A_2 \text{ אז: } \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ ולהיפך.}$$



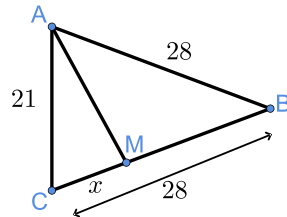
(3) צפו בסרטון וענו על השאלות הבאות:
מצאו את גודלו של x בסרטוטים הבאים אם נתון כי AM חוצה זווית A בכל המשולשים, כל הגדלים נתונים בס"מ:



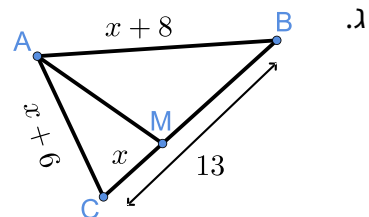
ב.



א.

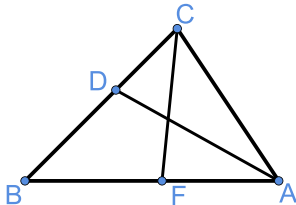


ד.

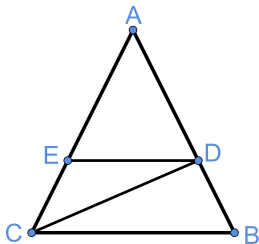


ג.

(4) במשולש ABC הקטעים AD ו- CF הם חוצי הזוויות A ו- C בהתאמה.
נתון: $AB = 18$ ס"מ, $AC = 12$ ס"מ, $CD = 6$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע AF .



(5) השאלה הבאה משלבת גם משפט תאלס.
נתון משולש ABC . מעבירים את הקטעים CD ו- DE .
נתון כי $DE \parallel BC$ ו- $2BC = AC$.
וכן הקטע AC גדול פי 3 מהקטע DE .
הוכיחו כי: $\angle BCD = \angle ACD$.



(6) הוכחת משפט חוצה הזווית:

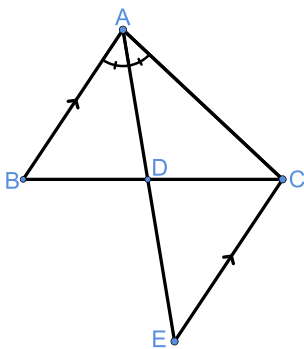
במשולש ABC קטע AD חוצה הזווית A .
מהנקודה C מעבירים ישר המקביל לצלע AB
ונפגש עם המשך AD בנקודה E (ראו בסרטוט).

א. הוכיחו: $AC = CE$.

ב. הוכיחו כי מתקיים: $\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$.

(באמצעות תאלס הרחבה שניה ("שעון חול") או דמיון משולשים)

ג. הוכיחו: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (זה הוא משפט חוצה הזווית).



(7) משפטים במשולש שווה שוקיים כמקרה פרטי של משפט חוצה הזווית:

- א. הוכיחו באמצעות משפט חוצה הזווית, כי חוצה זווית הראש במשולש שווה שוקיים הוא גם התיכון לבסיס. (ראשית רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח).
 ב. הוכיחו באמצעות המשפט ההפוך למשפט חוצה הזווית, כי תיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים הוא גם חוצה זווית הראש. (ראשית רשמו מה נתון ומה צריך להוכיח).

(8) שאלות לתרגול נוסף עם פתרונות מלאים מתוך גול: שאלה 1, שאלה 2, שאלה 3, שאלה 4.



תשובות סופיות:

$$(1) \quad \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \quad \text{א.} \quad \text{ב.} \quad \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}, \quad \frac{DC}{BD} = \frac{AC}{AB}, \quad \frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$$

- (2) א. צריך להתקיים אותו יחס כמו במשפט חוצה הזווית (שאלה 1).
 ב. לא.

$$(3) \quad \text{א. } x = 5.6 \quad \text{ב. } x = 20 \quad \text{ג. } x = 6 \quad \text{ד. } x = 12$$

$$(4) \quad 8 \text{ ס"מ} = AF$$

(5) הוכחה.

(6) הוכחה.

(7) הוכחה.